**Методы подобия и размерности в механике 7М05405-Механика и энергетика Лекция 4 Краткий конспект 4**

**Лекция 4. Теория подобия механических систем. Геометрическое, кинематическое и динамическое подобия**

Две системы точек $A\_{1}, A\_{2 },…, A\_{n} $ и $A\_{1}^{'}, A\_{2}^{'}, …, A\_{n}^{'}$ называются ***геометрически подобными***, если между точками этих систем можно установить взаимно однозначное соответствие так, чтобы соответственные отрезки находились в постоянном отношении, т.е. чтобы было

$\frac{ A\_{i}A\_{j}}{A\_{i}^{'}A\_{j}^{'}}=λ$ $i, j=1, 2, …, n$

Если точки $A\_{1}, A\_{2 },…, A\_{n} $ и $A\_{1}^{'}, A\_{2}^{'}, …, A\_{n}^{'}$ двух геометрических подобных систем снабжены массами (т.е. будут материальными точками) и если массы соответственных точек $m\_{1}, m\_{2 },…, m\_{n} $ и $m\_{1}^{'}, m\_{2}^{'}, …, m\_{n}^{'}$ находятся в постоянном отношении, т.е.

$\frac{m\_{i}}{m\_{i}^{'}}=μ,$ $i=1, 2, …, n$

то такие системы материальных точек называются ***материально подобными.***

Геометрическое подобие двух систем точек ($S$) и ($S^{'}$) можно установить, сравнивая конфигурацию системы ($S) $в какой либо момент $t$ с конфигурацией системы ($S^{'}$) в другой момент $t^{'}$ (в частности $t=t^{'}$); эти моменты будем называть ***соответственными моментами*.** Если в частном случае системы ($S$) и ($S^{'}$) будут неизменяемыми, то геометрическое подобие этих систем, установленное для соответственных моментов $t$ и $t^{'}$ (в частности, для одного момента), будет сохраняться все время, т.е. геометрическое подобие двух неизменяемых систем не нарушается.

Если можно установить непрерывную последовательность соответственных моментов $t$ и $t^{'}$ (считаемых от одного и того же начального момента), для которых системы ($OS$) и ($O^{'}S^{'}$) будут геометрически подобны с постоянным, не зависящим от времени отношением подобия $λ$, причем соответственные моменты связаны между собой соотношением

$t=τt^{'},$ (1)

где $τ$ постоянно, то движущиеся системы ($S$) и ($S^{'}$) называются ***кинематически подобными****.*

Если две системы$(S)$ и $(S^{'})$ подобны кинематически и материально, то такие системы называются ***механически подобными*.** Для механически подобных систем, вследствие их кинематического подобия, имеем для соответственных частиц и моментов

$ω\_{i}=λτ^{-2}ω\_{i}^{'}$ $\left(i=1, 2, …, n\right), $ (2)

а вследствие материального подобия

$m\_{i}=μm\_{i}^{'}$ $(i=1, 2, …, n)$. (3)

Перемножая равенства (2) и (3) с одинаковыми индексами, получим

$m\_{i}ω\_{i}=λτ^{-2}μ∙m\_{i}^{'}ω\_{i}^{'}$ $\left(i=1, 2, …, n\right).$ (4)

Принимая во внимание, что

$m\_{i}ω\_{i}=F\_{i , } m\_{i}^{'}ω\_{i}^{'}=F\_{i}^{'}$ $(i=1, 2, …, n)$, (5)

где $F\_{i }$и $F\_{i}^{'}$ суть модули сил, действующих в соответственные моменты на соответственные частицы двух механически подобных систем, находим из (1.75)

$F\_{i }=φF\_{i}^{'}$$(i=1, 2, …, n)$*,* (6)

где

 $φ=λτ^{-2}μ$ (7)

есть постоянное число. Итак, в механически подобных системах в соответственные моменты времени соответственные длины, модули соответственных скоростей, ускорений и сил находятся в постоянных отношениях, равных $λ, λτ^{-1}, λτ^{-2}, λτ^{-2}μ;$ кроме того, векторы сил, так же как и ускорений, одинаково ориентированы.